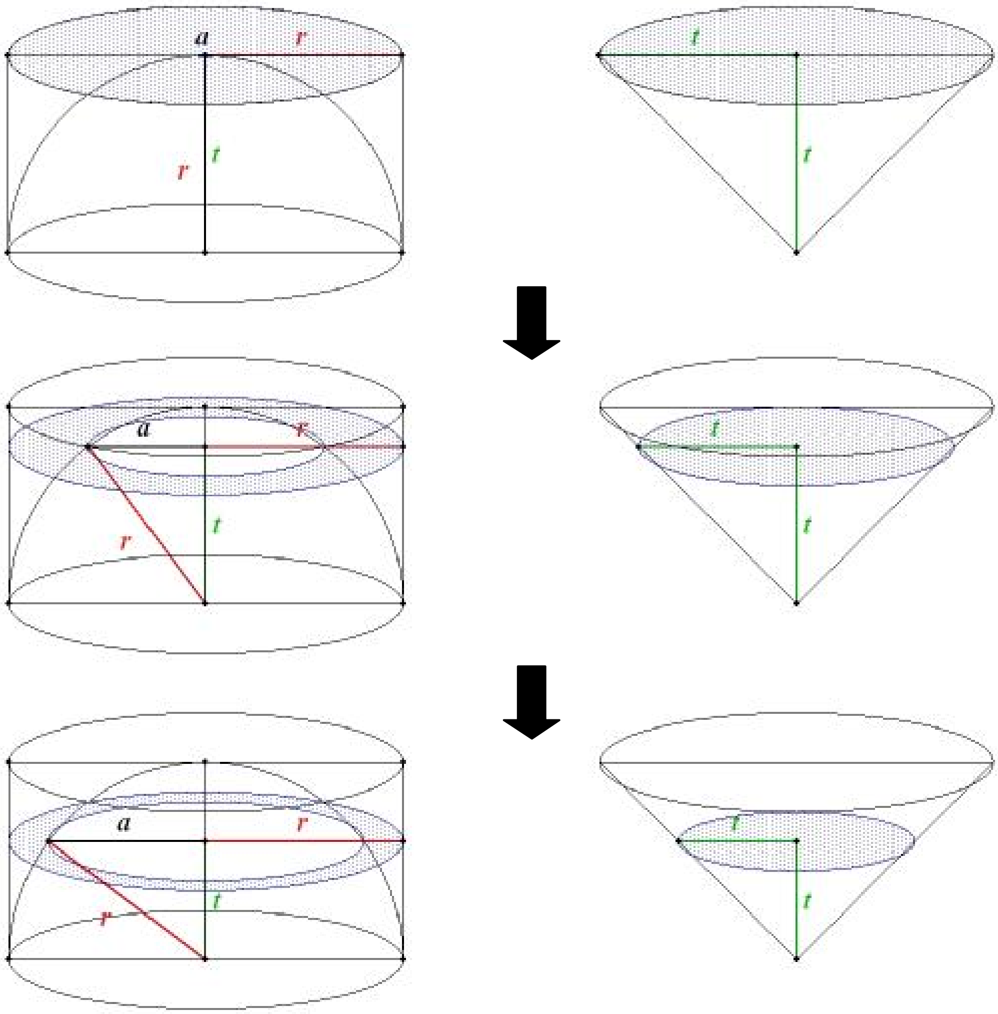
球の体積

半径 r の半球の入った円柱と，同じ底面，同じ高さの円すいが並んでいます。

この2つを，同じ高さ t で切ったときの，断面図を比べてみよう。



図より，$r^2 = a^2 + t^2$ だから，左図のドーナツ型の断面積＝$\pi r^2 - \pi a^2 = \pi t^2$　…①

右図の円すいの断面積＝πt^2　…②

①，②よりどの高さでも２つの図形の断面積は同じであることがわかるから，

円柱の体積　－　半球の体積　＝　円すいの体積

が成り立つ。つまり，

半球の体積　＝　円柱の体積　－　円すいの体積

$$= \pi r^2 \times r - \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times r = \frac{2}{3} \pi r^3 \quad \cdots③$$

よって，球の体積 V は，③の２倍となり $\boxed{V = \frac{4}{3} \pi r^3}$ ：**＜カバリエリの原理＞**より