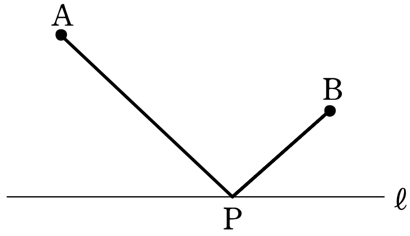
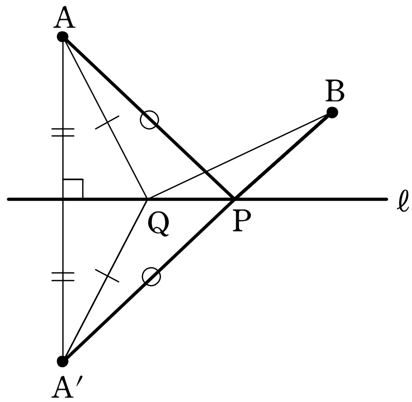
ロバの定理

$\boxed{1}$　2点A，Bは直線ℓに関して同じ側にある。ℓ上に点Pをとり，A，Bからの距離の和AP＋BPが最小になるようにしたい。点Pの位置をどこにとればよいか。



解答　ℓに関してAと対称な点をA′とする。A′とBを結ぶ線分とℓとの交点をPとすると，Pが求める位置である。



証明　ℓ上にPと異なる任意の点Qをとると，ℓは線分AA′の垂直二等分線であるから

$$AP=A'P,\ AQ=A'Q$$

よって　$AP+BP=A'P+BP$

$=A'B$ ……①

また　$AQ+BQ=A'Q+BQ$ ……②

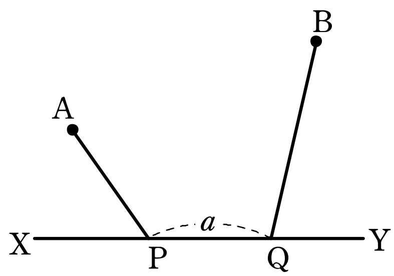
△A′QBにおいて　$A'Q+QB>A'B$

であるから，①，②により

$$AQ+QB>AP+PB$$

ゆえに，求める点の位置はPである。

$\boxed{2}$ 定直線XY上と，その上にない2定点A，Bが図のように直線XYに関して同じ側にあるように与えられている。直線XY上に2点P，Qを図のように，$PQ=a$(一定)となるようにとり，AP＋PQ＋QBを最小にするには，P，Qをそれぞれどのような位置にとればよいか。



解答　点AをYの方向に直線XYに平行にaの長さだけ移動した点をA′とし，点A′の直線XYに関する対称点をA″とする。A″BとXYの交点をQ_0とし，XY上に点P_0をXの方向に$P_0Q_0=a$となるようにとる。このP_0，Q_0をそれぞれP，Qとしてとればよい。