

# 三角関数の公式(数C用)

## ○加法定理

$$\begin{array}{l} \sin(\alpha + \beta) = \boxed{\phantom{0000000000}} \\ \sin(\alpha - \beta) = \boxed{\phantom{0000000000}} \end{array} \quad \begin{array}{l} \cos(\alpha + \beta) = \boxed{\phantom{0000000000}} \\ \cos(\alpha - \beta) = \boxed{\phantom{0000000000}} \end{array}$$

## ○二倍角の公式 ( $\beta = \alpha$ とおく)

$$\begin{array}{l} \sin 2\alpha = \boxed{\phantom{0000000000}} \\ \cos 2\alpha = \boxed{\phantom{0000000000}} \\ \tan 2\alpha = \boxed{\phantom{0000000000}} \end{array} = \boxed{\phantom{0000000000}} = \boxed{\phantom{0000000000}} \dots \textcircled{1}$$

$$\leftarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

## ○半角の公式 ( $\alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2}$ とおきかえる)

$$\textcircled{1} \text{より, } \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \boxed{\phantom{0000000000}}, \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

$$\text{以上の二式から, } \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

## ○積→和の公式

正弦( $\sin$ )の加法定理を辺々足し、引きすると、

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \left\{ \boxed{\phantom{0000000000}} \right\},$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \left\{ \boxed{\phantom{0000000000}} \right\} : \text{不要! } (\alpha \leftrightarrow \beta \text{ とおく})$$

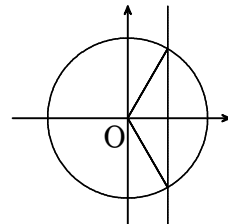
余弦( $\cos$ )の加法定理を辺々足し、引きすると、

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \left\{ \boxed{\phantom{0000000000}} \right\}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \left\{ \boxed{\phantom{0000000000}} \right\}$$

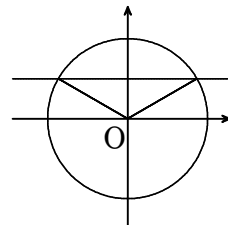
例1  $\cos x = \cos y$  を解け。

$$x = \boxed{\phantom{000000}} + 2n\pi, \quad x = \boxed{\phantom{000000}} + 2n\pi \quad (n \text{ は整数})$$



例2  $\sin x = \sin y$  を解け。

$$x = \boxed{\phantom{000000}} + 2n\pi, \quad x = \boxed{\phantom{000000}} + 2n\pi \quad (n \text{ は整数})$$



# 三角関数の公式(数C用)

## ○和→積の公式

<積→和の公式>において,  $\alpha + \beta = \text{①} \square$ ,  $\alpha - \beta = \text{②} \square$  とおき,

両辺をひっくり返すと,  $2\alpha = \text{①} \square + \text{②} \square$ ,  $2\beta = \text{①} \square - \text{②} \square$  だから,

$$\sin A + \sin B = 2\sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2\cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

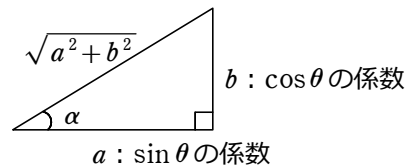
: 三角関数の種類に注意のこと!

## ○三角関数の合成

①  $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$

ただし  $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

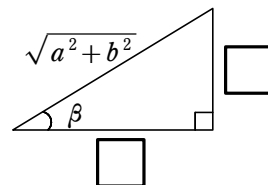
→必ず図を書いて考えること!



例  $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

②  $b \cos \theta + a \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \beta)$ : 過去のセンター試験で出題有り!

ただし  $\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  ← 図で確かめよう!



例  $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta = 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ : 符号に注意!

以上から,  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$  は納得できるか?

ヒントは<公式>  $\sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ ,  $\cos(-\theta) = \cos \theta$