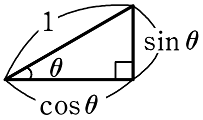
補角，余角の公式（度数法）

三角比の定義より，単位円において，

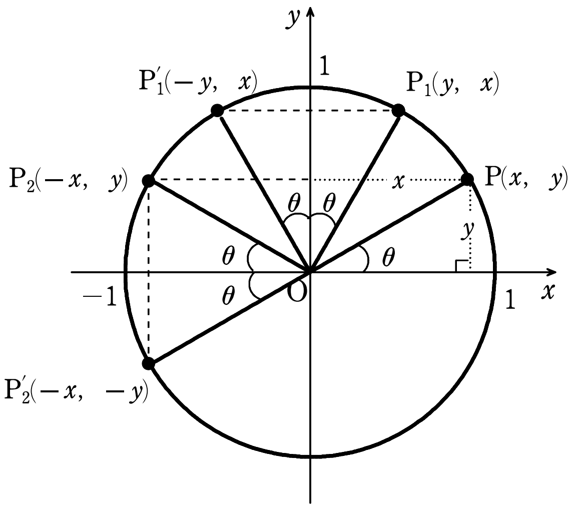
$$\sin\theta = y$$
$$\cos\theta = x$$

だから，



右図において

点P_1の座標と定義とを考えあわせて，



Ⅰ） 90°−θ (余角)の公式

$\sin(90°-\theta)=x=\cos\theta$

$\cos(90°-\theta)=y=\sin\theta$

が得られる。

また，点P_2の座標を考えて，

Ⅱ）180°−θ (補角)の公式

$\sin(180°-\theta)=y=\sin\theta$

$\cos(180°-\theta)=-x=-\cos\theta$

が得られる。

同様にして，点P'_1の座標を考えて，

Ⅲ） 90°＋θ の公式

$\sin(90°+\theta)=x=\cos\theta$

$\cos(90°+\theta)=-y=-\sin\theta$

が得られる。

また，点P'_2の座標を考えて，

Ⅳ）180°＋θ の公式

$\sin(180°+\theta)=-y=-\sin\theta$

$\cos(180°+\theta)=-x=-\cos\theta$

が得られる。

参考　公式Ⅲ），Ⅳ）については，Ⅰ），Ⅱ）を用いても導くことができる。

$\sin(90°+\theta)=\sin\{180°-(90°-\theta)\}=\sin(90°-\theta)=\cos\theta$

$\sin(180°+\theta)=\sin\{90°+(90°+\theta)\}=\cos(90°+\theta)=\cos\{180°-(90°-\theta)\}$

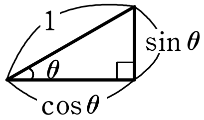
$=-\cos(90°-\theta)=-\sin\theta$

なお，$\tan\theta$ については，上記の公式と$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$を使えば導くことができる。

補角，余角の公式（弧度法）

三角比の定義より，単位円において，

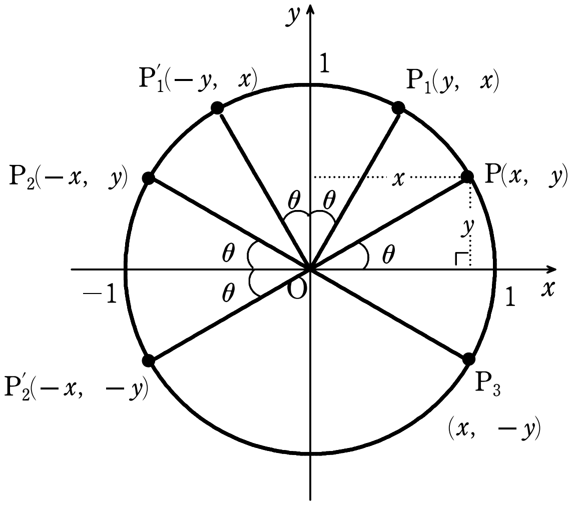
$$\sin\theta = y$$
$$\cos\theta = x$$



だから，

右図において

点P_1の座標と定義とを考えあわせて，



Ⅰ）$\dfrac{\pi}{2}-\theta$ (余角)の公式

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=x=\cos\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=y=\sin\theta$$

が得られる。

また，点P_2の座標を考えて，

Ⅱ）$\pi-\theta$ (補角)の公式

$$\sin(\pi-\theta)=y=\sin\theta$$

$$\cos(\pi-\theta)=-x=-\cos\theta$$

が得られる。

同様にして，点P'_1の座標を考えて，

Ⅲ）$\dfrac{\pi}{2}+\theta$ の公式　$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=x=\cos\theta$　$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-y=-\sin\theta$

が得られる。

また，点P'_2の座標を考えて，

Ⅳ）$\pi+\theta$ の公式　$\sin(\pi+\theta)=-y=-\sin\theta$　$\cos(\pi+\theta)=-x=-\cos\theta$

が得られる。

さらに，点P_3の座標を考えて，

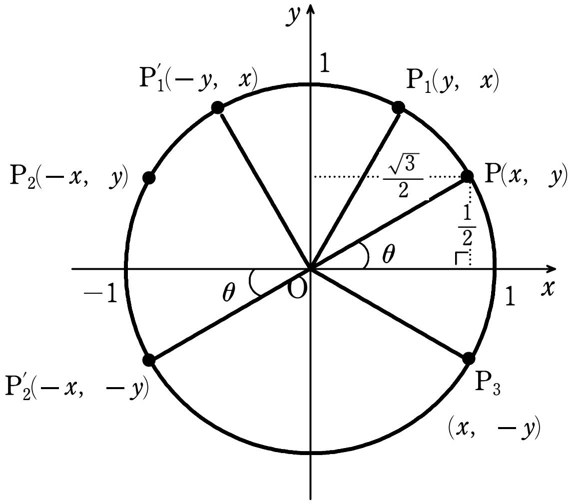
$\sin(-\theta)=-y=-\sin\theta$　$\cos(-\theta)=x=\cos\theta$

が得られる。

なお，$\tan\theta$ については，上記の公式と$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$を使えば導くことができる。

確認テスト　　　　　　　（　）組（　）番　氏名（　　　　　　　　）

問



$\theta=\frac{\pi}{6}$のとき，

$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$　：小

$\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　：大

$\sin\frac{7}{6}\pi=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\boxed{}$

$\cos\frac{7}{6}\pi=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\boxed{}$

また，$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=\boxed{}$，$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\boxed{}$

$\theta=\frac{\pi}{3}$のとき，

$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　：小

$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$　：大

$\sin\frac{2}{3}\pi=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{}$

$\cos\frac{2}{3}\pi=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{}$

$\theta=\frac{\pi}{4}$のとき，

$\sin\frac{\pi}{4}=\boxed{}$　：中

$\cos\frac{\pi}{4}=\boxed{}$　：中

$\sin\frac{5}{4}\pi=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\boxed{}$

$\cos\frac{5}{4}\pi=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\boxed{}$