

- 1  $\log_{10}2 = 0.3010$  とする.  $2^{30}$  は何桁の整数か.

**解答**  $\log_{10}2^{30} = 30\log_{10}2 = 30 \times 0.3010 = 9.03$

ゆえに  $9 \leq \log_{10}2^{30} < 10$  よって  $10^9 \leq 2^{30} < 10^{10}$

したがって,  $2^{30}$  は 10 桁の整数である.

**ヒント**  $N$  が  $n$  桁の整数である  $\Leftrightarrow 10^{n-1} \leq N < 10^n$

- 2  $\log_{10}2 = 0.3010$  として,  $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$  は, 小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるかを調べよ.

**解答**  $\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 10\log_{10}\frac{1}{2} = 10\log_{10}2^{-1} = -10\log_{10}2$   
 $= -10 \times 0.3010 = -3.01$

ゆえに  $-4 \leq \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{10} < -3$  よって  $10^{-4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{10} < 10^{-3}$

したがって,  $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$  は小数第 4 位に初めて 0 でない数字が現れる.

**ヒント**  $N$  が小数第  $n$  位に初めて 0 でない数字が現れる  
 $\Leftrightarrow 10^{-n} \leq N < 10^{-n+1}$

- 3  $\log_{10}2 = 0.3010$  とする. 不等式  $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0.001$  を満たす整数  $n$  の最小値を求めよ.

**解答**  $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0.001$  において,

両辺の常用対数をとると  $\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^n < \log_{10}0.001$

$$n\log_{10}\frac{1}{2} < \log_{10}10^{-3}$$

$$-n\log_{10}2 < -3$$

よって  $n > \frac{3}{\log_{10}2} = \frac{3}{0.3010} = 9.96\dots\dots$

ゆえに, 求める整数  $n$  の最小値は 10