

不等式の整数問題

[サクシード 重要例題28]

- (1) 不等式 $\frac{x}{2} + 4 < \frac{2x+7}{3}$ を満たす最小の整数 x を求めよ。
 (2) 不等式 $2x + a > 5(x-1)$ を満たす x のうちで、最大の整数が 4 であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

解説

(1) $\frac{x}{2} + 4 < \frac{2x+7}{3}$

両辺に 6 を掛けて $3x + 24 < 2(2x + 7)$

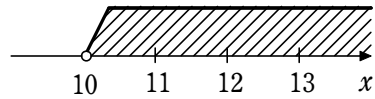
右辺を展開して $3x + 24 < 4x + 14$

移項して $3x - 4x < 14 - 24$

すなわち $-x < -10$

よって $x > 10$

これを満たす最小の整数は 11



(2) $2x + a > 5(x-1)$ から $2x + a > 5x - 5$ よって $x < \frac{a+5}{3}$

これを満たす x のうちで、最大の整数が 4 である

とき $4 < \frac{a+5}{3} \leq 5$ 等号の判断方法 → { 4 にしてみると ×
5 にしてみると ○

各辺に 3 を掛けて $12 < a + 5 \leq 15$

各辺から 5 を引いて $7 < a \leq 10$

[サクシード 問題257]

不等式 $3x - 7 \geq x + a$ を満たす x のうちで、最小の整数が 3 であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

解説

$3x - 7 \geq x + a$ から $2x \geq a + 7$ よって $x \geq \frac{a+7}{2}$

これを満たす x のうちで、最小の整数が 3 である

とき $2 < \frac{a+7}{2} \leq 3$ 等号の判断方法 → { 2 にしてみると ×
3 にしてみると ○

各辺に 2 を掛けて $4 < a + 7 \leq 6$

各辺から 7 を引いて $-3 < a \leq -1$